**ポアソン分布(Poisson distribution)[NtRand Supported](http://www.ntrand.com/jp/poisson-distribution/#local_NtRandFunctions)**

**馬に蹴られてポアソン分布**

**概要**

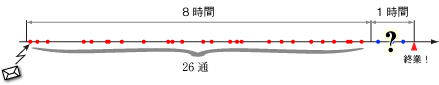
恋愛の話じゃありません。馬に蹴られて死んでしまう兵士の数の分布。これこそが歴史上初のポアソン分布の実用例だったのです。驚いたでしょ？  
ポアソン分布が現れる例は…

* ある交差点で1時間に起きる事故の件数
* 国道1キロメートル当たりのレストランの数
* この原稿を書いている間に変換間違えをする数

などといったものが考えられます。このようにポアソン分布とは、時間（例えば1時間当たり）、場所（例えば1平方メートル当たり）、距離（例えば1キロメートル当たり）などある一定区間の中で、偶然に起こる事象の数の分布です。  
でもこれは一般的には起こる確率の低い事象に対する分布なので、注意したいところです。（ほら、なかなか馬に蹴られて死なないでしょ？）別名「少数の法則」とも呼ばれています（発生件数が多い場合は[正規分布](http://www.ntrand.com/jp/normal-distribution-single/)に近くなります）。

**例えば以下のリアリティー溢れる例**

金曜の夕方のオフィス。あと1時間で終業時間、そのあと友達と夕食の約束がある。予約の取りにくいレストランなので、飛び込みの仕事などの残業は絶対にしたくない！ 今のところ今日までの仕事は全て片付けたはず。あとは上司や先輩からメールで突然仕事が降ってこないことを祈るのみ。むむむ、受信箱を開くのが怖い。  
今日今までに来たメールは8時間で26通。さて、あと1時間で何通くるんだろう？



ここでポアソン分布が活躍するのです。  
http://www.ntrand.com/images/Icon48/Learn.png

ポアソン分布は「1単位区間あたり平均 http://www.forkosh.com/mathtex.cgi?\nu（ギリシャ文字で”ニュー”）件起きる事象が、http://www.forkosh.com/mathtex.cgi?x件発生する確率」を次式で与えてくれます。

http://www.forkosh.com/mathtex.cgi?f(x)=\frac%7b\nu%5e%7bx%7de%5e%7b-\nu%7d%7d%7bx!%7d

では今の状況に当てはめてみましょう。知りたいのは、これからの1時間で来るメール数。過去8時間のメールの受信数から1時間当たり平均受信件数は 26÷8=3.25 [通/時間]であることが分かりますね。 したがって1時間に受け取るメール数は http://www.forkosh.com/mathtex.cgi?\nu=3.25のポアソン分布となるのがわかります。

http://www.forkosh.com/mathtex.cgi?f(x)=\frac%7b3.25%5e%7bx%7de%5e%7b-3.25%7d%7d%7bx!%7d

ここから、例えばメールが3通来る確率は、

http://www.forkosh.com/mathtex.cgi?f(3)=\frac%7b3.25%5e%7b3%7de%5e%7b-3.25%7d%7d%7b3!%7d=0.2218

つまり大体 22％となります。また1通もメールが来ない（0通のメールが来る）確率は

http://www.forkosh.com/mathtex.cgi?f(0)=\frac%7b3.25%5e%7b0%7de%5e%7b-3.25%7d%7d%7b0!%7d=0.039

4％程度、つまり96％の確率でメールがやってくることになります。残念ながらこのままサックリとは帰れそうにないみたいですね。  
  
あと1時間…。今までの経験から7通くらいのメールなら1時間でなんとか処理できそう。だったら7通以下のメールが来る確率を計算してみましょう。これは、1通も来ない確率、1通来る確率、2通来る確率…7通来る確率の和になります。

http://www.forkosh.com/mathtex.cgi?f(0)+f(1)+f(2)+f(3)+f(4)+f(5)+f(6)+f(7)=0.982

つまり、

**「98％の確率で、これからの1時間に受け取るメールは7通以下」**ということ。

98％の確率で定時に帰れる！楽しい金曜の夜になりそうです。  
  
http://www.ntrand.com/images/Icon48/AdvancedTopic.png

ところで1時間に7通といっても、だいたい5分おきくらいに均等にメールが来るかもしれないし、30分来ないと思ったら一気に連続してメールが来るかもしれないですよね？ 受信したメールと次に来るメールの間隔はどのような分布になっているのでしょうか？実は、それは[指数分布](http://www.ntrand.com/jp/exponential-distribution/)になることが分かっているのです。

**分布の形状**

**基本情報**

* パラメータ http://www.forkosh.com/mathtex.cgi?\nuが必要です。

http://www.forkosh.com/mathtex.cgi?\nu%3e0

このパラメータは分布の[平均](http://www.ntrand.com/jp/glossary/#local_mean)です。

* 非負の整数 http://www.forkosh.com/mathtex.cgi?x=\%7b0,1,2,\cdots\%7dで定義される離散分布です。

**確率**

* [累積分布関数](http://www.ntrand.com/jp/glossary/#local_cumulative)

http://www.forkosh.com/mathtex.cgi?F(x)=\text%7be%7d%5e%7b-\nu%7d\sum_%7bi=0%7d%5e%7bx%7d\frac%7b\nu%5ei%7d%7bi!%7d

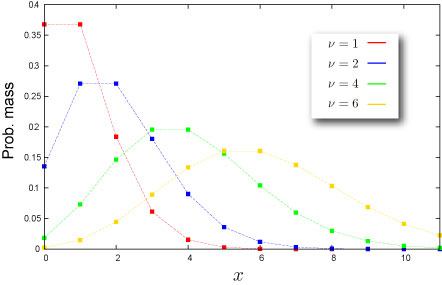
* [確率質量関数](http://www.ntrand.com/jp/glossary/#local_probabilitymass)

http://www.forkosh.com/mathtex.cgi?f(x)=\frac%7b\nu%5ex\text%7be%7d%5e%7b-\nu%7d%7d%7bx!%7d

* Excel での[累積分布関数 (c.d.f.)](http://www.ntrand.com/jp/glossary/" \l "local_cumulative) と [確率質量関数 (p.m.f.)](http://www.ntrand.com/jp/glossary/#local_ProbabilityMass)の求め方

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  | | --- | |  | | **1** | | **2** | | **3** | | **4** | | **5** | | **6** | | |  |  | | --- | --- | | **A** | **B** | | **データ** | **説明** | | 3 | 対象となる値 | | 5 | 分布のパラメータ nu の値 | | **数式** | **説明（計算結果）** | | =NTPOISSONDIST(A2,A3,TRUE) | 上のデータに対する累積分布関数の値 | | =NTPOISSONDIST(A2,A3,FALSE) | 上のデータに対する確率密度関数の値 | |

* 関連 NtRand 関数 : [NTPOISSONDIST](http://www.ntrand.com/jp/ntpoissondist/)



**分布の特徴**

**平均 – 分布の”中心”はどこ？ (**[**定義**](http://www.ntrand.com/jp/glossary/#local_mean)**)**

* 分布の[平均](http://www.ntrand.com/jp/glossary/" \l "local_mean)は http://www.forkosh.com/mathtex.cgi?\nuと与えられます。

**標準偏差 – 分布はどのくらい広がっているか（[定義](http://www.ntrand.com/jp/glossary/" \l "local_standard_deviation)）**

* 分布の[標準偏差](http://www.ntrand.com/jp/glossary/" \l "local_standard_deviation)は http://www.forkosh.com/mathtex.cgi?\nuと与えられます。

[標準偏差](http://www.ntrand.com/jp/glossary/#local_standard_deviation) は [分散](http://www.ntrand.com/jp/glossary/#local_variance)の正の平方根です。

**歪度 – 分布はどちらに偏っているか(**[**定義**](http://www.ntrand.com/jp/glossary/#local_skewness)**)**

* 分布の[歪度](http://www.ntrand.com/jp/glossary/" \l "local_skew) は次式で与えられます。

http://www.forkosh.com/mathtex.cgi?\frac%7b1%7d%7b\sqrt%7b\nu%7d%7d

* Excel での計算法

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  | | --- | |  | | **1** | | **2** | | **3** | | **4** | | |  |  | | --- | --- | | **A** | **B** | | **データ** | **説明** | | 8 | 分布のパラメータ nu の値 | | **数式** | **説明（計算結果）** | | =NTPOISSONSKEW(A2) | 上のデータに対する分布の平均 | |

* 関連 NtRand 関数 : [NTPOISSONSKEW](http://www.ntrand.com/jp/ntpoissonskew/)

**尖度 – 尖っているか丸まっているか (**[**定義**](http://www.ntrand.com/jp/glossary/#local_kurtosis)**)**

* 分布の[尖度](http://www.ntrand.com/jp/glossary/" \l "local_kurtosis) は次式で与えられます。

http://www.forkosh.com/mathtex.cgi?\frac%7b1%7d%7b\nu%7d

* Excel での計算法

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  | | --- | |  | | **1** | | **2** | | **3** | | **4** | | |  |  | | --- | --- | | **A** | **B** | | **データ** | **説明** | | 8 | 分布のパラメータ nu の値 | | **数式** | **説明（計算結果）** | | =NTPOISSONKURT(A2) | 上のデータに対する分布の平均 | |

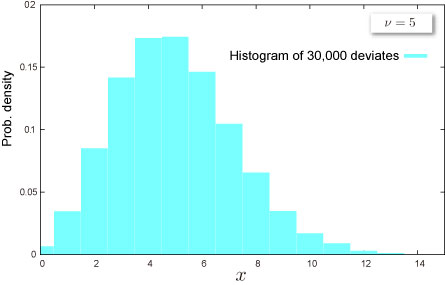
* 関連 NtRand 関数 : [NTPOISSONKURT](http://www.ntrand.com/jp/ntpoissonkurt/)

**乱数**

Excel での乱数生成法

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  | | --- | |  | | **1** | | **2** | | **3** | | **4** | | |  |  | | --- | --- | | **A** | **B** | | **データ** | **説明** | | 6 | 分布のパラメータ nu の値 | | **数式** | **説明（計算結果）** | | =NTRANDPOISSON(100,A2,0) | 100個のポアッソン乱数を Mersenne Twister アルゴリズムで生成します。 | |

メモ： この使用例の数式は、配列数式として入力する必要があります。使用例を新規ワークシートにコピーした後、A4:A103 のセル範囲 (配列数式が入力されているセルが左上になる) を選択します。F2 キーを押し、Ctrl キーと Shift キーを押しながら Enter キーを押します。この数式が配列数式として入力されていない場合、単一の値 2 のみが計算結果として返されます。



**関連 NtRand 関数**